Pensamiento Educativo, Revista de Investigación Educacional Latinoamericana
Agosto 2024, Vol. 61, N° 2, pp. 1-11
DOI: 10.7764/PEL.61.2.2024.3
 ISSN 0719-0409
www.pensamientoeducativo.uc.cl

FACULTAD DE EDUCACIÓN
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

La toma de decisiones de futuros maestros de primaria al interactuar con el pensamiento algebraico de niños

The Decision-Making of Prospective Elementary School Teachers in Engaging with Children's Algebraic Thinking

Eder Pinto[1], Juan Luis Piñeiro[2], Camila Cortés[3], M. Victoria Martínez-Videla[1,4]
[1]Universidad de O'Higgins, Chile
[2]Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile
[3] Grupo SM, Chile
[4] CIAE, Universidad de Chile, Chile

RESUMEN

En esta investigación se abordó la pregunta: ¿Cómo son las decisiones de futuros profesores de primaria (FP) al considerar el pensamiento algebraico de niños de 9 años? Se partió de un tipo específico de noticing para describir las decisiones de 21 FP al observar las estrategias empleadas por 3 niños para resolver la igualdad $6+4=\square+5$. Los FP participaron en un curso de seis sesiones sobre enseñanza y aprendizaje del álgebra basado en el análisis de videos como vía para aproximarse a la práctica docente. Centrándose en las sesiones 1 y 2, se examinaron las respuestas escritas de los FP ante dos situaciones distintas. Los principales resultados muestran que, aunque las decisiones de los FP a menudo carecían de evidencias, sus razonamientos coincidían con aspectos específicos del pensamiento algebraico y la investigación tratada durante el curso. Finalmente, se identificaron dos posturas adoptadas por los FP al decidir: a) aritmética, centrada en los cálculos que deben seguir los niños, y b) relacional, enfocada en la relación de operaciones mediante el signo igual. Se discutió sobre el rol del noticing y el análisis de videos como herramientas para aproximar a FP a la práctica de enseñar álgebra en la educación primaria.

PALABRAS CLAVES:
noticing; pensamiento algebraico; aritmética generalizada; decisiones; futuros profesores

KEYWORDS:
noticing; algebraic thinking; generalized arithmetic; decisions; prospective primary teachers

Fecha Recepción
31 de octubre 2023
Fecha Aceptación
24 de junio 2024

ABSTRACT

This study focuses on the research question: How do prospective elementary school teachers (FT) make decisions when considering the algebraic thinking of 9-year-old children? A specific type of noticing was used to describe the decisions of 21 FT when observing the strategies employed by 3 children to solve the equation $6+4=\square+5$. The FT participated in a six-session course on the teaching and learning of algebra, based on video analysis as a means to approach teaching practice. Focusing on sessions 1 and 2, the written responses of the FT to two distinct questions were examined. The main results show that, although the FT's decisions frequently lacked evidential support, their reasoning aligned with specific aspects of algebraic thinking and research covered during the course. Finally, two positions adopted by the FT in decision making were identified: a) arithmetic, centred on the calculations that children should follow, and (b) relational, focused on the interplay of operations through the equals sign. The role of noticing and video analysis as tools to bring future primary school teachers closer to the practice of teaching algebra in primary education was discussed.

AUTOR DE CORRESPONDENCIA: Eder Pinto / eder.pinto@uoh.cl
Av. Libertador Bernardo O'Higgins 611, Rancagua, Chile.

INTRODUCCIÓN

Este artículo se propone responder la siguiente pregunta: ¿Cómo son las decisiones de futuros profesores[1] de primaria al considerar el pensamiento algebraico de niños de 9 años? Su abordaje partió de un tipo específico de noticing: Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking (Jacobs et al., 2010). Este constructo busca que el profesor comprenda las características del pensamiento matemático de los estudiantes, lo interprete y tome decisiones informadas, basadas en evidencias y en la consideración de los propósitos de enseñanza. En esta investigación se describen las decisiones de FP al interactuar con aspectos particulares del pensamiento matemático de niños a partir de la observación de videos de clases. Esta observación de videos es una de las formas para aproximarse a la práctica, e implica entregar oportunidades de participar en ella con apoyo adicional y en condiciones diseñadas para un aprendizaje óptimo (Grossman, 2018).

Tres argumentos permiten justificar la relevancia y contribución de esta investigación. En primer lugar, los docentes deben centrar la enseñanza en las ideas matemáticas de sus estudiantes, buscando continuamente evidencias para tomar decisiones que fomenten un aprendizaje profundo (Jacobs & Spangler, 2017; NCTM, 2014; Walkoe et al., 2022). Esta actividad representa una tarea compleja, pues la literatura ha mostrado que las decisiones consideradas por profesores se basan en creencias, normas sociales, conocimientos y lo que han notado (Mason, 2016; Star & Strickland, 2008). Profundizar en las decisiones de FP es una forma de aproximarse a qué han aprendido estos sobre el pensamiento matemático de los niños (Jacobs et al., 2010); lo que permite, además, conocer de qué formas se pueden abordar las decisiones durante la formación inicial docente.

En segundo lugar, el noticing es un constructo que refiere a las formas especializadas en que los profesores observan y dan sentido a los acontecimientos del aula; particularmente, a los detalles de la enseñanza de las matemáticas escolares (Choy & Dindyal, 2020). Aunque hay diferentes conceptualizaciones sobre el noticing de profesores de matemáticas (Jacobs & Spangler, 2017), esta investigación se centra en un tipo específico de noticing, que permite elaborar una enseñanza basada en la comprensión matemática actual de los alumnos (Grossman, 2018), lo que lo convierte en una herramienta basada en la práctica docente. Se ha reportado que este tipo específico de noticing se puede aprender (Jacobs & Spangler, 2017), lo que resalta su pertinencia para ser abordado en la formación inicial (Schack et al., 2013). Asimismo, literatura previa ha mostrado que los videos de clases constituyen una herramienta importante para el desarrollo del noticing — tanto en formación inicial como en desarrollo profesional docente (Santagata, 2009)—, pues su uso fomenta una visión analítica y reflexiva de la práctica (Kleinknecht & Schneider, 2013) que lo convierte en una aproximación a la profesión de enseñar (Van Es & Sherin, 2010). Adicionalmente, las decisiones constituyen una dimensión específica del noticing que se aborda en esta investigación, y que ha sido escasamente tratada en la literatura del contexto de la educación matemática, en general, y del pensamiento algebraico, en particular (Jacobs et al., 2010; König et al., 2022). Por tanto, abordar las decisiones desde el marco de noticing aporta elementos que contribuyen a guiar la formación de docentes que enseñan matemáticas, al mismo tiempo que permite profundizar en aspectos escasamente investigados en la literatura.

Finalmente, este estudio —dado que su interés está enfocado en cómo FP consideran el pensamiento matemático de estudiantes— se centra en un tipo específico de pensamiento: el algebraico. Este tipo de pensamiento promueve que los estudiantes atiendan a propiedades y relaciones entre cantidades a través de variadas representaciones matemáticas, examinando su generalidad (Blanton et al., 2018). Lo anterior supone entender el álgebra más allá de la interacción con letras que se introducen en cursos de avanzada edad.

La investigación sobre pensamiento algebraico ha destacado que el conocimiento de FP al enseñar álgebra se ha centrado, principalmente, en el conocimiento del contenido con la atención puesta en documentar las debilidades de los FP (Hohensee, 2017; Stephens, 2006). Sin embargo, en los últimos años la comunidad científica ha manifestado interés por resaltar la importancia de que los profesores centren la enseñanza en las ideas algebraicas de los estudiantes, para tomar decisiones con evidencias (Walkoe et al., 2022). De esa manera, el estudio del noticing enfocado en el pensamiento matemático del estudiante es importante para detectar oportunidades de aprendizaje que permitan llevar a los niños a construir generalizaciones, establecer debates y detectar observaciones matemáticas provechosas para su aprendizaje (Schifter, 2011).

MARCO CONCEPTUAL

Aritmética generalizada

El marco del pensamiento algebraico que se adoptó en este artículo sigue las ideas originales de Kaput (2008). Este autor resalta las características fundamentales del trabajo algebraico durante los primeros cursos de educación primaria, subrayando la importancia de emplear diversas representaciones como una ruta productiva para desarrollar el pensamiento algebraico. El pensamiento algebraico se constituye a partir de cuatro prácticas centrales: a) generalizar, b) representar generalizaciones, c) justificar generalizaciones y d) razonar con generalizaciones (Blanton et al., 2018). Estas prácticas deben estar presentes en la actividad algebraica, independientemente a la línea de contenido que se considere: a) aritmética generalizada; b) equivalencia; expresiones, ecuaciones e inecuaciones; y c) pensamiento funcional (Blanton et al., 2018). Este artículo se centrará en la aritmética generalizada; en la cual, las operaciones aritméticas, sus propiedades y el signo igual constituyen el contexto para desarrollar pensamiento algebraico. Por ejemplo, la figura 1 presenta una actividad trabajada con niños de 9-10 años (Pinto et al., 2023) que permite ilustrar la visión de pensamiento algebraico descrita aquí.

Figura 1
Igualdades numéricas trabajadas con niños de 9 a 10 años

Explica si cada relación es verdadera o falsa (v/f).

a) 39 + 121 = 121 + 39 c) 12 + 3 = 10 + 5

b) 28 + 7 + 7 = 26 + 14 d) 57 + 22 = 58 + 21

[1]En el artículo se utilizó el género masculino, de manera genérica, para referirnos tanto a hombres como a mujeres, con el propósito de facilitar la lectura y mantener la fluidez del lenguaje.

En las igualdades anteriores están involucradas propiedades de las operaciones, como es el caso de la conmutatividad de la adición en a). Lo algebraico tiene relación con promover que los niños observen múltiples cálculos, noten y representen la estructura subyacente para justificar y razonar con las generalizaciones observadas, de tal forma que vean que una operación es más que un proceso o un algoritmo (Blanton et al., 2018).

La aritmética generalizada involucra que los estudiantes desarrollen una comprensión de las igualdades y equivalencias, por lo que el signo igual adquiere un rol central (Molina, 2009). El signo igual puede ser abordado desde dos estrategias: a) operacional, que involucra ver el signo igual e, inmediatamente, registrar un resultado; y b) relacional, que se entiende como un enfoque flexible al cálculo en el que las expresiones son transformadas usando las propiedades fundamentales. Esto permite que los estudiantes piensen algebraicamente, pues el foco está puesto en examinar la generalidad al analizar las propiedades y relaciones numéricas involucradas (Molina, 2009). Jacobs et al. (2007) proponen tres formas en las que se puede presentar la estrategia relacional al trabajar con igualdades numéricas:

1. Ver al signo igual como indicador de relación entre dos expresiones: Esta forma involucra (por ejemplo) que, al agregar una misma cantidad a ambos lados de la igualdad, la relación entre ambas expresiones no cambie.
2. Usar relaciones numéricas para simplificar cálculos: Implica ir más allá de procedimientos mecánicos, identificar relaciones numéricas y razonar sobre las transformaciones que permitirán resolver unas situaciones problemáticas.
3. Hacer explícitas relaciones generales basadas en las propiedades fundamentales de los números: Tiene que ver con saber reconocer y aplicar las propiedades en igualdades numéricas para identificar sus estructuras en diferentes contextos.

Noticing

Noticing es un término que se emplea en el lenguaje cotidiano para describir el acto de observar o darse cuenta de algo, una actividad que las personas realizan habitualmente mientras se mueven en un mundo perceptivamente complejo (Jacobs et al., 2018). En el contexto de la educación matemática, el noticing ha sido conceptualizado de diferentes maneras, pero existe un acuerdo en que este constructo permite sensibilizarse a sí mismo para percibir las posibilidades de acción y para informar sobre los conocimientos logrados mediante su uso (Mason, 2020).

Esta investigación se interesa por un tipo específico de noticing: el que pretende guiar a los docentes en la consideración del pensamiento matemático de sus estudiantes para tomar decisiones informadas: The Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking (Jacobs et al., 2010). Desde este marco, se considera que la experticia del noticing está dada por un conjunto de tres habilidades interrelacionadas:

1. Prestar atención a las estrategias de los estudiantes: Involucra que los profesores estén atentos a los detalles matemáticos que surgen en las estrategias de los niños. Esta estrategia es importante, pues permite profundizar en la comprensión de los razonamientos de sus estudiantes.
2. Interpretar las comprensiones de los estudiantes: Con esto, los profesores buscan acceder a los mecanismos de comprensión y estrategias de sus alumnos, con base en los detalles de las estrategias desarrolladas y los hallazgos en investigaciones relacionadas con el área.
3. Decidir cómo responder, sobre la base de las comprensiones de los estudiantes: Implica que los profesores usen lo que han aprendido sobre la comprensión de los estudiantes en una determinada situación y que su razonamiento sea coherente con la investigación sobre el desarrollo matemático de los escolares.

Aunque el noticing no es algo que se desarrolle de manera rutinaria o se adquiera de manera natural durante la experiencia (Jacobs et al., 2010), la investigación ha mostrado sistemáticamente que es una práctica que puede ser aprendida (Jacobs & Spangler, 2017). Específicamente, diversos estudios (por ejemplo, Schack et al., 2013; Fernández et al., 2012) han evidenciado que, con apoyo, el noticing puede desarrollarse y mejorar la capacidad en que los profesores en formación atienden, interpretan y deciden con base en la comprensión matemática de los niños. Las investigaciones situadas desde el tipo específico de noticing considerado en esta investigación realizan aproximaciones al pensamiento matemático de niños, regularmente, a partir de producciones escritas y/o análisis de videos de clases (Van Es et al., 2017).

Con respecto a la habilidad de decidir —foco de interés de esta investigación—, el marco de Jacobs et al. (2010, 2011) no se centra en un tipo específico de decisión. En cambio, enfatiza que las decisiones se basen en el pensamiento matemático evidenciado por los niños y los aportes de la investigación. Investigaciones previas en el contexto de la formación inicial docente, como las realizadas por Zapatera (2019) y Krupa et al. (2017), han destacado la complejidad que supone decidir, pues los futuros maestros atienden a una variedad de aspectos que muchas veces no se relacionan con aquellos asociados a la enseñanza y aprendizaje en dominios específicos.

En el contexto de la enseñanza del álgebra escolar, existen escasas investigaciones que hayan abordado aspectos relativos a la enseñanza y aprendizaje de ese tema (por ejemplo, Stephens, 2006; Tanisli & Kose, 2013). Desde la perspectiva del noticing, Zapatera (2019) estudió cómo veinte FP atienden, interpretan y deciden en contextos de generalización de patrones. Para el autor, lo que se decide depende directamente de lo que se nota e interpreta. Al respecto, los principales hallazgos destacan la complejidad que supone para FP tomar decisiones que se apoyen en la comprensión de los alumnos para mejorar o ampliar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En consecuencia, se debe formar a los FP para tomar decisiones; por eso, esta investigación permite profundizar en cómo son las decisiones de FP al considerar el pensamiento algebraico de niños en escolaridad primaria.

MÉTODO

Esta investigación tiene un planteamiento cualitativo. Específicamente, sigue las directrices de la investigación de diseño; pues constituye una forma de involucrar a FP en un desarrollo profesional profundo que les permite dar sentido a sus experiencias de aula para impulsar cambios en su práctica profesional docente (Fowler et al., 2022).

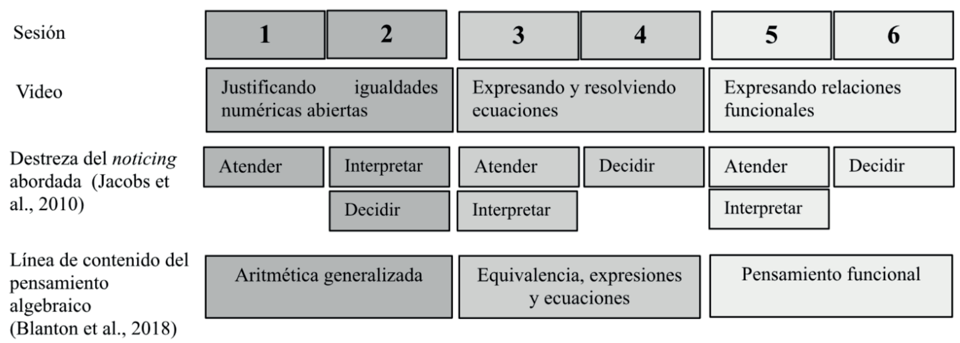
Contexto y participantes

La investigación se sitúa en un curso referido a la enseñanza y aprendizaje del álgebra escolar dirigido a futuros profesores de educación primaria de una universidad chilena. El propósito del curso fue diseñar experiencias de aprendizaje que fomenten el pensamiento algebraico en niños de 6 a 12 años, y se basó en el análisis de videos de aula para acercar a los FP a aspectos particulares del pensamiento algebraico en niños. Esto se logró mediante la observación, análisis y discusión de breves grabaciones que mostraban las diferentes formas en que los niños interactuaron con diversos contenidos algebraicos, con la finalidad de tomar decisiones basadas en su conocimiento profesional. Los videos se recolectaron durante una escuela de verano liderada por el primer autor de esta investigación (ver Pinto et al., 2023), instancia en la que niños de educación primaria interactuaron con diversos contenidos algebraicos.

Se decidió utilizar este tipo de herramienta por ser una de las formas de aproximarse a la práctica que puede tener diferentes beneficios para el aprendizaje de los futuros profesores (Grossman, 2018). En primer lugar, les permite planificar y ejercitar la enseñanza de prácticas, como notar el pensamiento de estudiantes, a través de la representación del papel de profesor en un entorno de bajo riesgo. En segundo lugar, reciben comentarios inmediatos de los formadores de profesores y de los compañeros sobre los aspectos identificados que se relacionan con el pensamiento de los estudiantes. En tercer lugar, el formador de profesores puede intervenir —por ejemplo, mediante el uso intencionado de pausas— y proporcionar información útil para los FP.

El curso constó de seis sesiones, de tres horas cada una, que se desarrollaron en diferentes semanas. A continuación, la figura 2 presenta la organización de las sesiones, en cuanto a sus temas y actividades.

Figura 2
Organización del curso



Como se puede ver en la figura anterior, se diseñaron las sesiones del curso teniendo en cuenta tres aspectos centrales. En primer lugar, se utilizaron videos que fueran más allá de exhibir errores cometidos por niños al interactuar con ideas algebraicas. La discusión y análisis de los videos fueron realizados durante las clases, tanto para profundizar en las estrategias e ideas de los niños como para destacar los elementos algebraicos y didácticos relacionados con las sesiones. También, se hizo una descomposición de los videos, identificando (en la transcripción) los elementos que permitieran comprender las estrategias de los niños. En segundo lugar, se diseñó cada sesión para abordar una o más destrezas del noticing propuestas por Jacobs et al. (2010). Por ejemplo, la sesión 1 se centró en recoger evidencias sobre cómo los FP atienden a los detalles de las estrategias de los niños, para luego guiarlos en las maneras de prestar una atención profunda a dichas estrategias. Finalmente, se planearon las sesiones siguiendo las líneas de contenido del pensamiento algebraico propuesto por Blanton et al. (2018). Esta investigación reporta el trabajo desarrollado en las dos primeras sesiones del curso, que abordaron la aritmética generalizada.

Los veintiún FP matriculados en la asignatura que participaron de esta investigación se encontraban en el sexto semestre de la carrera de pedagogía en educación primaria. Anteriormente, los FP habían cursado tres asignaturas centradas en la enseñanza y aprendizaje de distintos sistemas numéricos (naturales y racionales). En estos cursos, si bien habían analizado producciones escritas de niños, no habían experimentado el análisis de videos; por lo tanto, esta fue su primera experiencia con esta metodología. Todos los docentes en formación participaron voluntariamente de la investigación, proporcionando su consentimiento informado y garantizando así el tratamiento ético de sus respuestas. El tratamiento de los datos fue monitoreado por el Comité de Ética Institucional de la universidad a la cual pertenecían los FP.

Instrumentos y recolección de datos

Los FP visualizaron el mismo video durante las primeras dos sesiones del curso Justificando igualdades numéricas abiertas (ver figura 2). Este video corresponde al inicio de una sesión que tenía por objetivo fomentar en niños de 9 a 10 años una visión relacional (no computacional/operacional) de expresiones aritméticas horizontales a través de propiedades aritméticas de la suma y la resta. En el video, los niños estaban organizados en grupos pequeños y debían resolver y justificar, de manera individual, las formas de completar diferentes igualdades numéricas abiertas. Específicamente, los niños fueron alentados a no realizar cálculos (ni escritos ni mentales). En concreto, el video presentado a los FP exhibió las estrategias de tres niños —David, Teo y Susana— al completar la igualdad numérica abierta $6+4=\square+5$. El video tuvo una duración de 116 segundos, y se seleccionó porque en las respuestas de los niños se identificaron diferentes estrategias para interactuar con el signo igual (Jacobs et al., 2007; Molina, 2009), tal como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1
Respuestas de los niños a la igualdad 6+4=□+5

Niño	Respuestas de los niños	Estrategia identificada
David	· *"Puse 10, pero me di cuenta de que era un error, pues sumé 6 más 4"* · *"Estábamos viendo que los números me dieran el mismo resultado, el 6 más el 4 y el 5 más 5"*	*Operacional* *Relacional-equivalencias*
Teo	· *"Porque 6 más 4 es 10, y dice 'es igual', entonces puse 5 más 5 es 10"*	*Relacional-equivalencias*
Susana	· *"Al 6 le restas 1 y se lo das al 4, entonces serían 5 más 5"*	*Relacional-simplificación de cálculos*

Los FP observaron el video dos veces al inicio de cada sesión, y todos contaban con la transcripción de este. Durante la primera sesión, se le pidió a los FP atender a los detalles algebraicos de las respuestas de los niños ("Describe en detalle qué hizo cada estudiante al responder a la igualdad numérica"). Durante la segunda sesión, se plantearon preguntas cuyo fin era que los participantes interpretaran la comprensión de los niños ("¿Qué conclusiones podemos extraer sobre la comprensión de cada niño?"). Además, los FP respondieron a dos preguntas, para tomar decisiones a partir de dos situaciones: una de naturaleza general ("Supón que eras el profesor de ese grupo de estudiantes, ¿qué problemas o situaciones propondrías a continuación?") y una específica ("¿Cómo modificarías la tarea para alentar a David a no centrarse en el cálculo?, ¿qué harías/dirías?"). Ambas situaciones contienen planteamientos diferentes: mientras la primera busca que los FP decidan sobre algún aspecto general, la segunda sitúa a los FP en una postura concreta y con un foco específico en el razonamiento de uno de los niños: David. La distinción anterior es especialmente relevante, ya que posibilita la identificación de la manera en que los FP consideran el pensamiento algebraico de los niños para tomar decisiones frente a diversas demandas.

Análisis

Se analizaron cada una de las respuestas de los 21 FP a las dos preguntas en las que se les solicitó tomar decisiones frente a dos situaciones: una de naturaleza general y otra específica. El análisis de contenido fue secuencial (Kuckartz, 2019). En primer lugar, se siguió un análisis deductivo, con la finalidad de identificar la variedad de elementos considerados por los FP al decidir frente a ambas situaciones, así como el uso de la evidencia. De esta manera, y para ser coherentes con el tipo de análisis de contenido, se establecieron las siguientes categorías derivadas de la literatura existente:

- Elementos considerados al decidir (Blanton et al., 2018; Jacobs et al., 2007, 2010; Molina, 2009): con la cual se busca identificar si los FP deciden sobre: a) las estrategias identificadas en las respuestas de los niños, b) el rol del signo igual, c) la presencia de propiedades de las operaciones y d) otros elementos.
- Uso de evidencia (Jacobs et al., 2010): con la cual se pretende identificar si los FP usan (o no) evidencias sobre lo que los niños hacen o dicen, para apoyar sus decisiones.

En una segunda etapa, se siguió un análisis inductivo, para profundizar en cómo son las decisiones tomadas en ambas situaciones e identificar patrones emergentes. Particularmente, a través de este tipo de análisis de contenido, se identificaron patrones específicos que emergen de las decisiones de los FP al responder a las preguntas. Específicamente, los datos muestran que los FP deciden siguiendo alguna o ambas de las siguientes posturas:

- Postura aritmética (3.1): centrada en referir, en orden cronológico, los procedimientos que deben seguir los niños al completar el espacio en blanco.
- Postura relacional (3.2): centrada en las maneras como los niños relacionan las operaciones entre sí con el signo igual.

Las categorías derivadas de los análisis inductivo y deductivo se aplicaron a cada una de las respuestas de los FP. Para garantizar la confiabilidad de las codificaciones, se realizó primero un proceso de calibración entre los autores, que incluyó sesiones conjuntas de discusión de las categorías y sus alcances. Posteriormente, el primer y tercer autor codificaron un tercio de las respuestas por separado. A este tercio de codificaciones realizadas por dos codificadores se les aplicó el cálculo de acuerdo inter-jueces, que reportó un porcentaje de confiabilidad mayor a 93%, por sobre el mínimo aceptable (León & Montero, 1998). Los desacuerdos fueron discutidos hasta lograr coincidencias. Finalmente, el primer autor codificó los dos tercios restantes.
El anonimato de los participantes se aseguró asignando un código a cada uno: una letra Pi, donde i= 1, 2, 3, … 21.

RESULTADOS

A continuación, se describe cómo son las decisiones de los FP al interactuar con aspectos particulares del pensamiento algebraico de niños. En primer lugar, se muestra qué elementos son considerados por los FP al decidir (categoría 1) sobre las dos situaciones planteadas. Luego, se detalla si los FP utilizan evidencias al decidir (categoría 2). Finalmente, se describen las posturas (categorías 3.1 y 3.2) que siguen los participantes al responder a las dos situaciones planteadas.

Elementos considerados en las decisiones de FP

Mediante el análisis deductivo, se identificaron los elementos que los 21 FP toman en cuenta al decidir con base en las estrategias de los niños, ya sea en una situación general (Supón que eres el profesor de ese grupo de estudiantes, ¿qué problemas o situaciones propondrías a continuación?) o una específica (¿Cómo modificarías la tarea para alentar a David a no centrarse en el cálculo?, ¿qué harías/dirías?). La tabla 2 presenta los elementos considerados al decidir (primera columna), junto con la cantidad de veces que se evidencian dichos elementos en cada situación ficticia de decisión (reflejada en la segunda y tercera columnas).

Tabla 2
Elementos considerados por los FP al decidir

Elementos considerados	Situación general	Situación específica
Estrategia(s) identificada(s) en las respuestas de los niños	*0*	*19*
Signo igual y operaciones con sus propiedades	*7*	*3*
Solo signo igual	*7*	*13*
Solo operaciones con sus propiedades	*2*	*3*
Otros elementos	*5*	*2*

Tal como aparece en la tabla 2, los FP consideran una variedad de elementos al decidir tanto de manera general como específica.

Tres principales hallazgos se expondrán en esta sección: En primer lugar, las estrategias identificadas en las respuestas de los niños solo son empleadas por los FP al tomar decisiones frente a la situación específica. En concreto, 19 FP se apoyan en las estrategias de los niños al decidir, tal como se ejemplifica en la respuesta de P10: "Le explicaría de forma correcta el uso del signo igual, junto con varios y diferentes ejercicios, junto con el uso de propiedades; que no veo el signo igual como 'el resultado' sino que nos pide una igualación". En la respuesta anterior, el P10 usó en el error observado en la respuesta del niño al completar el espacio en blanco de 6+4=□+5 con 10, pues centró su atención solo en el lado izquierdo de la igualdad.

Por otra parte, al decidir dada una situación general, los FP no se apoyaron en la estrategia de ningún niño en particular; se centraron en aspectos referidos a las características de la tarea, más que en lo reportado por los niños. Por ejemplo, P06 respondió sobre qué situaciones o problemas propondría después con: "Dos ecuaciones con tres cifras". La respuesta anterior no permite atribuir que el FP consideró las estrategias de los niños, pues no hay alusión a lo que hicieron o dijeron estos.

En segundo lugar, la gran mayoría de los FP considera al signo igual cuando deciden, ya sea en la situación general o específica. Frente a la situación general, 7 FP deciden considerando el signo igual, al mismo tiempo que consideran las operaciones y propiedades involucradas. Por ejemplo, P07 señaló que

> haría ejercicios de este tipo, con una incógnita, pero cambiando el lado en que está. Incluiría otra incógnita más, una a cada lado. Así deberán resolver diversos ejercicios con los distintos usos del signo igual e intentar usar diferentes propiedades, incentivando el uso del pensamiento relaciona y que no hagan cálculos. Expresaría solo con sumas. Luego, restas y, por último, multiplicación.

En la primera y segunda frase de la respuesta se alude a igualdades, i.e., relación entre cantidades. Por su parte, en la segunda y tercera frase se hace alusión al uso de propiedades de las operaciones para resolver las tareas. En su conjunto, la respuesta difiere de las otras respuestas, dada la cantidad de elementos considerados.

Ahora bien, al preguntar de forma específica, solo tres de los FP aluden simultáneamente al signo igual y a las propiedades involucradas. Por ejemplo, P14 indica que "Partiría reforzando el signo = como igualdad y luego le haría similares tareas para que lleve al lenguaje verbal su procedimiento de cálculo mental". En la respuesta se observa que el participante fomentaría que los estudiantes relacionaran las cantidades que se encuentran a ambos lados de la igualdad y luego pondría el foco en las operaciones.

La atención a las operaciones y propiedades es escasa en las respuestas de los FP, tanto al responder a la situación general como a la específica. Dos FP ponen el foco de su decisión solo en la operación y sus propiedades al preguntar de manera general. Por ejemplo, P17 señala que propondría "problemas con números más grandes, para observar cómo resuelven, descomponiendo y compensando". En la respuesta observa la alusión a propiedades de las operaciones.

En el caso de la decisión dado un contexto específico, tres participantes solo ponen el foco en las operaciones y sus propiedades. Por ejemplo, P20 responde que "le diría que vaya paso a paso, que descomponga el 6 en 5+1 y al cuatro le sume 1, quedando 5+5=5+5, para que entienda que es de esta forma como se debe resolver y evite equivocarse”. Aquí solo se alude a la descomposición de los números, dejando fuera una relación entre las cantidades.

Finalmente, al preguntar de manera general, cuatro participantes no hacen referencia a aspectos del pensamiento algebraico, sino a otros elementos como la comunicación de ideas o el uso de materiales, y uno no responde. Por ejemplo, P18 responde “Situaciones que permitan que niños comparen sus respuestas”.

Por su parte, al preguntar de manera específica, solo un participante entrega una respuesta en la que no es posible inferir algún aspecto del pensamiento algebraico de los estudiantes, tal como se observa en la respuesta de P06: “Una ecuación con dos incógnitas”. En esta última idea no es posible interpretar el sentido de la decisión dada.

Uso de evidencia

En cuanto al uso de evidencias de los niños y niñas por parte de los FP, el análisis deductivo permitió identificar si estas estaban presentes o ausentes en sus decisiones. De manera amplia, se ve una escasa consideración por parte de los FP respecto a lo expresado o realizado por los estudiantes en el video, al momento de tomar decisiones, tanto en la situación general como en la específica. Concretamente, los 21 participantes que respondieron a la situación general no usaron evidencias de los estudiantes para apoyar sus ideas. Por ejemplo, P05 propuso:

> Problemas de la vida cotidiana para darse cuenta de las relaciones entre operaciones, inferir, conectar con conocimientos previos y relaciones. Después de llevarlos a resolver de manera relacional (y no operacional), les otorgaría material concreto para que expliquen en voz alta el razonamiento.

En el razonamiento anterior no se identificaron evidencias de lo dicho o hecho por el niño que permitan entender, por ejemplo, en qué contextos el FP usaría el material concreto para explicar el razonamiento. La evidencia aquí se hace necesaria para profundizar en sus maneras de guiar a niños para que puedan resolver de manera relacional, no operacional.

Por otra parte, 15 FP no se apoyaron en los comentarios o acciones de los niños al decidir sobre la situación específica; su énfasis estuvo puesto en describir, sin apoyarse en el razonamiento de David al completar la igualdad $6 + 4 = \square + 5$. Sin embargo, 6 FP sí se apoyaron en evidencias que provienen de las respuestas de los niños. Por ejemplo, P11 señala que

> Le diría, en un principio, que se fije en qué hay al otro lado del signo =, porque si ve que hay otra expresión matemática es que no debe resolver, sino que se trata de una igualdad o equivalencia; que el que haya un = no necesariamente significa resolver con cálculos, sino encontrar una relación.

En dicha decisión, se considera la igualdad numérica en su totalidad, atendiendo a la parte izquierda del signo igual.

Posturas adoptadas

El análisis inductivo de las respuestas de los FP permitió identificar patrones específicos que reflejan las posturas adoptadas por los participantes al tomar decisiones, tanto en la situación específica presentada como en general. Estas posturas son: a) la postura aritmética, caracterizada por guiar a los niños en seguir una serie de procedimientos para llegar a la respuesta correcta; y b) la postura relacional, que se centra en considerar las maneras en que los niños pueden relacionar las operaciones entre sí mediante el signo igual.

Al decidir en la situación general, 7 FP siguen una postura aritmética. Por ejemplo, P12 señala en su decisión que plantearía “actividades de adición o sustracciones con dos incógnitas, con números con más dígitos y problemas de desarrollo. Uso de material concreto, pictórico y simbólico para aprendizaje más significativo”. La respuesta muestra claramente un ordenamiento de actividades. Algo similar sucede al responder a la situación donde P04 propone que: “Le destacaría con un color diferente el número restante, recalcando que solo falta un número para completar la adición. Le diría que observe unos minutos antes de contestar”.

Por otra parte, 4 FP siguen un enfoque relacional al decidir, el cual se centra en considerar las maneras en que los niños pueden relacionar las operaciones entre sí con el signo igual. Por ejemplo, en una respuesta a la situación general, P16 propondría “más situaciones donde se incorporen el pensamiento relacional y el signo igual como equivalencia, y no solo como resultado de operación”.

Por su parte, en la situación específica se encontraron decisiones en las que el participante “le enseñaría el significado del signo igual y que debe establecer relaciones entre los números, así no se centraría tanto en el cálculo”. Ambas respuestas dirigen su atención a la relación de cantidades a través del signo igual por sobre operaciones y sus propiedades.

Las posturas adoptadas por los FP al decidir no son excluyentes: existen respuestas que combinan ambas posturas y otras en las que solo puede encontrarse una de ellas. La tabla 3 muestra la distribución de estas posturas entre los participantes según el tipo de pregunta planteada.

Tabla 3
Posturas identificadas en las decisiones

Postura	Situación general	Situación específica
Aritmética	*7*	*2*
Relacional	*8*	*14*
Ambos (aritmética y relacional)	*4*	*1*
No es posible evidenciar postura	*2*	*4*

Particularmente se destaca que, al decidir de manera general, los participantes responden más usando ambas posturas; y cuando solo usan una de ellas, se distribuye entre sus respuestas. Solo en la respuesta de dos participantes no fue posible identificar una postura. Por su parte, los datos indican que, al preguntar de forma específica, sus decisiones tienden a enfocarse en lo relacional.

En cuatro a las decisiones de los participantes, no fue posible identificar una postura. En particular, es relevante señalar que, al decidir a la situación general, los participantes tienden a utilizar ambas posturas; y cuando solo emplean una, su elección se distribuye entre las respuestas. Sin embargo, en la respuesta de dos participantes no se identificó una postura específica.

Por otro lado, los datos sugieren que, al formular preguntas de manera específica, las decisiones de los participantes tienden a centrarse en aspectos relacionales. En cuatro de las decisiones tomadas por los participantes no fue posible identificar una postura concreta.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este artículo se abordó la pregunta: ¿Cómo son las decisiones de FP al considerar el pensamiento algebraico de niños? Se adoptó la perspectiva del noticing centrada en el pensamiento matemático del estudiante (Jacobs et al. 2010), la cual permitió describir cómo un grupo de 21 FP da sentido a lo que hacen o dicen niños, y proponen diferentes tipos de decisiones. Este tipo específico de noticing se puede aprender por medio de un acercamiento a la práctica a través del uso de videos que permitan aproximarse a la complejidad del aula. Por tanto, constituye una alternativa para guiar la formación inicial de docentes que realizarán clases de matemáticas (en general) y de álgebra (en particular), tal como lo señalan algunos autores (Jacobs & Spangler, 2017; Schack et al, 2013).

Se abordaron las decisiones de los FP a través de un análisis de sus respuestas escritas a dos situaciones: a) una de naturaleza general, que plantea desafíos futuros sin focalizarse en las respuestas específicas de los niños; y b) una específica, diseñada para tomar decisiones en función de lo expresado y realizado por un niño en particular. Ambas situaciones permiten una aproximación concreta a las maneras en que FP deciden sobre la enseñanza de algún dominio específico de las matemáticas durante su formación; tarea reconocida por su complejidad (Krupa et al., 2017; Zapatera, 2019).

Los resultados de la investigación muestran que el grupo de participantes decidió —tanto al responder a la situación general como a la específica— usando escasas evidencias sobre lo que dijeron o hicieron los niños; hallazgo similar a lo reportado por diversas investigaciones que estudian las decisiones de FP (por ejemplo, König et al., 2022). Lo anterior podría constituir un camino productivo para la generación de propuestas que permitan guiar las maneras en que los formadores de maestros pueden enriquecer las formas de decidir de los futuros profesores con base en las ideas matemáticas de los niños.

Un elemento que resulta interesante en los resultados obtenidos es que los FP consideran las estrategias de los niños al decidir de forma diferente, lo que depende de la característica de la pregunta. Mientras que al decidir a una situación general no refieren a las estrategias empleadas por los niños, al decidir a una situación específica casi la totalidad de estudiantes considera la estrategia empleada por el niño. Esto podría deberse al tipo de instrucción dada, pero se destaca este hallazgo por dos razones principales. En primer lugar, la literatura reporta que cuando los FP deciden, tienden a centrarse en la gestión y las tareas de aula (Star et al., 2011), lo que difiere de lo encontrado en las decisiones de los FP al considerar una situación específica. En segundo lugar, esto representa una contribución a la investigación sobre el conocimiento de los profesores que enseñan álgebra en la educación primaria y su formación. Se destaca la importancia de enfocarse no solo en lo que los FP no hacen; sino, más crucialmente, en comprender y analizar lo que son capaces de realizar. Lo anterior constituye una consideración importante para investigaciones venideras.

Otro resultado interesante, y que a la vez permite destacar la originalidad del estudio, tiene relación con las posturas adoptadas por los FP al decidir. Si bien gran parte de la literatura que aborda las decisiones desde el marco del noticing lo hace considerando cómo y hasta qué punto FP consideran las evidencias al decidir (Jacobs et al., 2010, 2011; Jacobs & Empson, 2016), las posturas que emergen del análisis inductivo realizado (relacional y aritmético) ayudaron a profundizar más en los razonamientos de los participantes. Estas posturas al decidir —aritmético o relacional— permiten revelar la que los FP asumen. Eso podría deberse a los conocimientos profesionales y creencias que tienen los FP sobre el dominio matemático tratado en esta investigación. El presente estudio reportó que, mientras más específica es la situación planteada al decidir, emergen con mayor frecuencia posturas relacionales (tal como se mostró en la tabla 2). Esta postura favorece el desarrollo del pensamiento algebraico, al incentivar que los niños presten atención a la estructura y las relaciones presentes en las igualdades numéricas, yendo más allá del cálculo específico

Uno de los desafíos del profesor que enseña matemáticas tiene relación con las maneras como este considera el pensamiento matemático de los niños para gestionar su enseñanza, en general (Walkoe et al. 2022); y al decidir, en particular. Estudios previos (Jacobs & Empson, 2016; Jacobs & Spangler, 2017) concuerdan en que es necesario dotar a los FP de herramientas y marcos concretos que les permitan una atención más sofisticada a los detalles de las estrategias de los estudiantes. Esto favorecerá que la atención a los detalles se utilice para informar futuras decisiones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Santagata & Angelici, 2010).

Considerando lo anterior, el modelo de pensamiento algebraico adoptado en esta investigación contribuye a que los FP atiendan a la complejidad que supone enseñar álgebra en los primeros cursos de la educación primaria. En este sentido, la postura relacional adoptada por los profesores al tomar decisiones resalta la idea de que la pericia en la toma de decisiones no surge de manera automática, ni se desarrolla de forma natural a lo largo de la experiencia.

Por lo tanto, el curso centrado en el análisis de videos emerge como un dispositivo que posibilita el cultivo de una práctica docente competente, la cual puede ser estudiada y aprendida (Grossman, 2018). Además, este enfoque contribuye a subrayar que el conocimiento matemático de los futuros profesionales trasciende un cuerpo de conocimiento estático, ya que implica comprender las interrelaciones con la práctica (Llinares, 2019).

A pesar de que los FP tienen acceso limitado a las aulas durante su formación, este estudio destaca oportunidades para crear entornos donde los futuros profesionales puedan interactuar con aspectos específicos del pensamiento matemático de los niños de educación primaria. Además, durante este proceso los FP pueden construir conexiones por medio de actividades de noticing entre los conocimientos adquiridos durante su formación y aquellos que se desarrollan en el contexto de la sala de clases.

En concreto, abordar asignaturas basadas en el análisis de videos podría ofrecer oportunidades para que los FP reflexionen rigurosamente sobre sus ideas en conexión con la investigación (como es el caso del pensamiento algebraico), lo que favorecerá que estos identifiquen y respondan a los dilemas de su práctica profesional (Darling-Hammond & Bransford, 2005).

En relación con las limitaciones de esta investigación, es importante señalar que el formato escrito utilizado para analizar las decisiones de los FP podría no captar plenamente la complejidad de factores que influyen en la toma de decisiones. La literatura existente resalta que los docentes, al tomar decisiones, combinan una variedad de conocimientos, recursos, objetivos y enfoques (Schoenfeld, 2011). Esto demuestra que la tarea profesional de decidir con base en el pensamiento algebraico de niños no sigue una trayectoria lineal, ni se mantiene estática. Además, las decisiones sobre qué enseñar y cómo hacerlo se ajustan continuamente en respuesta al pensamiento específico de los estudiantes (Jacobs & Empson, 2016). Sin embargo, teniendo en cuenta el contexto de este estudio, la manera en que se abordan las decisiones representa un enfoque que busca acercar a los futuros profesionales a la compleja tarea de tomar decisiones basándose en el pensamiento de los estudiantes como fuente de evidencia.

Como futura línea de investigación, se considera beneficioso explorar cómo profesores en ejercicio deciden al interactuar con diversos contenidos algebraicos. Aunque se conoce que los profesores en ejercicio están constantemente tomando diferentes tipos de decisiones, indagar en sus acciones podrá mostrar caminos más concretos sobre cómo aproximar a los FP a la práctica de enseñar matemáticas.

REFERENCIAS

Blanton, M. L., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N. L., & Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. In C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with* 5-to-12-year-olds, ICME-13 (pp. 27-49). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2

Choy, B. H. & Dindyal, J. (2020). Teacher noticing, mathematics. In M. A. Anders (Ed.), *Encyclopedia of teacher education* (pp. 1860-1864). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-16-8679-5_241

Darling-Hammond, L. & Bransford, J. (2005). *Preparing teachers for a changing world.* What teachers should learn and be able to do. The National Academy of Education.

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM-Mathematics Education,* 44(6), 747-759. http://dx.doi.org/10.1007/s11858-012-0425-y

Fowler, S., Cutting, C., Fiedler, S. H. D., & Leonard, S. N. (2022). Design-based research in mathematics education: Trends, challenges and potential. *Mathematics Education Research Journal,* 35(3), 635-658. https://doi.org/10.1007/S13394-021-00407-5/FIGURES/11

Grossman, P. (2018). *Teaching core practices in teacher education.* Harvard Education Press.

Hohensee, C. (2017). Preparing elementary prospective teachers to teach early algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 20(3), 231-257. https://doi.org/10.1007/s10857-015-9324-9

Jacobs, V. R. & Empson, S. B. (2016). Responding to children's mathematical thinking in the moment: An emerging framework of teaching moves. *ZDM-Mathematics Education,* 48(1-2), 185-197. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0717-0

Jacobs, V. R. & Spangler, D. A. (2017). Research on core practices in K-12 mathematics teaching. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 766-792). NCTM.

Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education,* 38(3), 258-288. http://dx.doi.org/10.2307/30034868

Jacobs, V. R., Lamb, L., & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education,* 41(2), 169-202. http://dx.doi.org/10.5951/jresematheduc.41.2.0169
Jacobs, V. R., Lamb, L., Philipp, R., & Schappelle, B. (2011). Deciding how to respond on the basis of children's understandings. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. Philip (Eds.), *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes* (pp. 97-116). Routdledge.
Jacobs, V. R., Philipp, R. A., & Sherin, M. G. (2018). Noticing of mathematics teachers. En Lerman, S. (Ed.) *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 639-641). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_120
Kaput, J. (2008). What is algebra? What is the algebraic reasoning? In J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). Lawrence Erlbaum Associates.
Kleinknecht, M. & Schneider, J. (2013). What do teachers think and feel when analyzing videos of themselves and other teachers teaching? *Teaching and Teacher Education,* 33, 13-23. http://dx.doi.org/10.1016/j.tate.2013.02.002
König, J., Santagata, R., Scheiner, T., Adleff, A.-K., Yang, X., & Kaiser, G. (2022). Teacher noticing: A systematic literature review of conceptualizations, research designs, and findings on learning to notice. *Educational Research Review*, 36, 100453. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100453
Krupa, E., Huey, M., Lesseign K., Casey, S., & Monson, D. (2017). Investigating secondary preservice teacher noticing of students' mathematical thinking. In E. Schack (Ed.), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 49-72). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_4
Kuckartz, U. (2019). Qualitative text analysis: A systematic approach. In G. Kaiser & N. Presmeg (Eds.), *Compendium for early career researchers in Mathematics Education* (pp. 181-198). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_8
León, O. & Montero, I. (1998). *Diseño de investigaciones.* Mcgraw Hill.
Llinares, S. (2019). Enseñar matemáticas como una profesión. Características de las competencias docentes. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática,* 14(18), 30-43.
Mason, J. (2016). Perception, interpretation, and decision making: Understanding gaps between competence and performance—a commentary. *ZDM-Mathematics Education*, 48, 219-226. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0764-1
Mason, J. (2020). Learning about noticing, by, and through, noticing. *ZDM-Mathematics Education*, 53, 231-243. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01192-4
Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135-156. https://doi.org/10.30827/pna.v3i3.6186
NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.* National Council of Teachers of Mathematics
Pinto, E., Ayala-Altamirano, C., Molina, M., & Cañadas, M. C. (2023). Desarrollo del pensamiento algebraico a través de la justificación en Educación Primaria. *Enseñanza de las Ciencias,* 41(1), 149-173. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5835
Santagata, R. (2009). Designing video-based professional development for mathematics teachers in low-performing schools. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 38-51. https://doi.org/10.1177/0022487108328485
Santagata, R. & Angelici, G. (2010). Studying the impact of the lesson analysis framework on preservice teachers' abilities to reflect on videos of classroom teaching. *Journal of Teacher Education,* 61(4), 339-349. https://doi.org/10.1177/0022487110369555
Schack, E., Fisher, M., Thimas, J., Eisenhardt, S., Tassell, J., & Yoder, M. (2013). Prospective elementary school teachers' professional noticing of children's early numeracy. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 16(5), 379-397. https://doi.org/10.1007/s10857-013-9240-9
Schifter, D. (2011). Examining the behavior of operations: Noticing early algebraic ideas. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes* (pp. 204-220). Routledge.
Schoenfeld, A. H. (2011). Noticing matters. A lot. Now what? In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 223-238). Routledge.
Star, J. R. & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107-125. https://doi.org/10.1007/s10857-007-9063-7
Star, J. R., Lynch, K., & Perova, N. (2011). Using video to improve preservice mathematics teachers' abilities to attend to classroom features. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 117-133). Routledge.
Stephens, A. C. (2006). Equivalence and relational thinking: Preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 9(3), 249-278. https://doi.org/10.1007/s10857-006-9000-1
Tanisli, D. & Kose, N. Y. (2013). Pre-service mathematic teachers' knowledge of students about the algebraic concepts. *Australian Journal of Teacher Education,* 38(2), 1-18. https://doi.org/10.14221/ajte.2013v38n2.1
Van Es, E. A., Cashen, M., Barnhart, T., & Auger, A. (2017). Learning to notice mathematics instruction: Using video to develop preservice teachers' vision of ambitious pedagogy. *Cognition and Instruction,* 35(3), 165-187. https://doi.org/10.1080/07370008.2017.1317125
Van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2010). The influence of video clubs on teachers' thinking and practice Elizabeth. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, 155-176. https://doi.org/10.1007/s10857-009-9130-3
Walkoe, J., Walton, M., & Levin, M. (2022). Supporting teacher noticing of moments of algebraic potential. *Journal of Educational Research in Mathematics,* 32(3), 271-286. http://dx.doi.org/10.29275/jerm.2022.32.3.271
Zapatera, A. (2019). Descriptores del desarrollo de la mirada profesional en el contexto de la generalización de patrones. *Bolema: Boletim de Educação Matemática,* 33(65), 1464-1486. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a23

Declaración de conflicto de interés
Los autores declaran no tener conflictos de interés.

Fuentes de financiamiento
Proyecto ANID-FONDECYT, Iniciación 11220843.

Agradecimientos
A las futuras profesoras que participaron del curso y compartieron gentilmente sus ideas.
Se agradece el financiamiento otorgado por ANID/PIA/Fondos Basales para Centros de Excelencia FB0003.

AUTORES

Eder Pinto
eder.pinto@uoh.cl Av. Libertador Bernardo O'Higgins 611, Rancagua, Chile. Edificio A, Instituto de Ciencias de la Educación, oficina 712.
ORCID https://orcid.org/0000-0003-1911-4158

Juan Luis Piñeiro
juanluis.pineiro@umce.cl Av. José Pedro Alessandri 774, Ñuñoa, Chile.
ORCID https://orcid.org/0000-0002-9616-3925

Camila Cortés
camila.cortes@grupo-sm.com Coyancura 2283, Providencia, Chile.

M. Victoria Martínez-Videla
marivi.martinez@uoh.cl Av. Libertador Bernardo O'Higgins 611, Rancagua, Chile. Edificio A, Instituto de Ciencias de la Educación, of 712.
ORCID https://orcid.org/0000-0002-9866-1805